УДК 658

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАПИТАЛЬНЫХ ВЛОЖЕНИЙ НЕФТЯНОЙ КОМПАНИИ НА ОСНОВЕ НЕЗАВИСИМОЙ ВОЗМОЖНОСТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Дышин О.А.

НИИ «Геотехнологические проблемы нефти, газа и химия», Аз 1010,

e-maill: oleg.dyshin@mail.ru

Габибов И.А.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Аз 1010,

e-maill: h.ibo@mai.ru

Алиев Э.А.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Аз 1010,

e-mail: elmancam@gmail.com

Агаммадова С.А.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Аз 1010,

e-mail: sevda-sevda-adna@mail.ru

Абасова С.М.

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности, Аз 1010,

e-mail: seva-abasova@mail.ru

Аннотация: Для решения задачи распределения инвестиций с оптимизацией суммарного по проектам уровня возвращения инвестиций в условиях риска, связанного с неопределенностью доходов от проектов, использована линейная комбинация с неотрицательными коэффициентами двух моделей убыточности: модели обычной минимаксной убыточности и модели минимаксного уровня убыточности. Полученная в результате указанной комбинации задача возможностного программирования при условии независимости (несвязанности) возможностных переменных, характеризующих доходности инвестиций в проекты, сводится к задаче линейного программирования. Решение этой задачи симплекс методом дает вектор долевого распределения инвестиций,

определяющих суммарное возвращение инвестиций по критерию минимума функции убыточности.
На основе предлагаемого подхода к оптимальному решению задачи распределения инвестиций разработан алгоритм планирования инвестиций по проектам с использованием базы данных о вложенных и возвращенных средств по проектам в предыдущих периодах планирования, по которым моделируются распределения возможностных доходов инвестиций.
Прогноз полных вложений инвестиций в новом периоде планирования представляется в виде суммы базовой (основной) части вложений и дополнительной части вложения. Первая часть вложений определяется с помощью прогнозной ценовой стоимости продукции каждого проекта в новом периоде планирования и планового (в случае перевыполнения плана) или фактического (в случае недовыполнения плана) объема продукции в предыдущем плановом периоде. Вторая часть вложений определяется с помощью долевого вектора инвестиций, полученного в результате решения задачи линейного программирования и примененного к суммарной (по проектам) стоимости доходов проектов в предыдущем периоде планирования по прогнозной цене в новом планируемом периоде. Для проекта с отсутствующим доходом стоимость дохода приравнивается нулю.
Численная реализация алгоритма иллюстрирована на примере планирования инвестиций в нефтяной компании по проектам добычи нефти и газа

Ключевые слова: возможностное программирование; инвестиции; портфель инвестиций; минимаксный критерий; функция убыточности; возвращение инвестиции;, доход; концентрированное распределение; возможностное распределение; мера возможности; мера необходимости; фрактальная модель; возможностная переменная; нечеткая переменная функция принадлежности.

ALLOCATION OF CAPITAL INVESTMENTS OF AN OIL COMPANY BASED ON INDEPENDENT OPPORTUNITY INFORMATION

Dishin O.A.

Habibov I.A.

Aliyev E.A.

Agamammadova S.A.

Abasova S.M.

Annotation. To solve the problem of investment allocation with optimization of the total level of return on investment for projects under conditions of risk associated with uncertainty of project income, a linear combination with non-negative coefficients of two loss-making models was used: the model of the usual minimax loss-making and the model of the minimax loss-making level. The problem of probabilistic programming obtained as a result of this combination, provided that the probabilistic variables characterizing the profitability of investments in projects are independent (unrelated), is reduced to a linear programming problem. The solution of this problem by the simplex method gives a vector of the equity distribution of investments that determine the total return of investments by the criterion of the minimum of the loss function.

On the basis of the proposed approach to the optimal solution of the problem of investment allocation, an algorithm for project investment planning has been developed using a database of invested and returned funds for projects in previous planning periods, according to which distributions of possible investment returns are modeled.
The forecast of total investments in the new planning period is presented as the sum of the basic (main) part of the investments and the additional part of the investment. The first part of the investment is determined using the projected price value of the products of each project in the new planning period and the planned (in case of over-fulfillment of the plan) or actual (in case of under-fulfillment of the plan) volume of products in the previous planning period. The second part of the investments is determined using the equity vector of investments obtained as a result of solving the linear programming problem and applied to the total (for projects) cost of project revenues in the previous planning period at the projected price in the new planning period. For a project with no income, the cost of income is equal to zero.
The numerical implementation of the algorithm is illustrated by the example of investment planning in an oil company for oil and gas production projects.
Keywords: probability programming; investments; investment portfolio; minimax criterion; loss-making function; return on investment; income; concentrated distribution; probability distribution; measure of opportunity; measure of necessity; fractile model; probability variable; fuzzy variable membership function.

Введение

При планировании инвестиций центральной задачей является оценка их прибыльности и уровня риска. Под экономическим риском понимается (Недосекин, 2000) «опасность, возможность ущерба», т.е. потеря предприятием части своих ресурсов, недополучение доходов или появление дополнительных расходов в результате осуществления производственной или финансовой деятельности.

Риск принятия инвестиционных проектов является следствием неустранимой информационной неопределенности. Возможность риска, т.е. ситуации, в которой проект, признанный состоятельным при разработке, окажется убыточным при реализации, возникает в случаях, когда достигнутые в ходе инвестиционного процесса значения параметров отклонились от плановых или не были учтены какие-либо факторы. Однако инвестор обязан пытаться измерять риски принимаемых инвестиционных решений как на стадии разработки проекта, так и в процессе его реализации. Применение любых типов вероятностей в инвестиционном анализе становится все менее обоснованным, чем в меньшей степени являются статистически обусловленными те или иные параметры, или чем ниже уровень активности экспертов и качество их прогнозов. Поэтому использование нечеткой математики на основе нечеткой информации об изменении внешних условий представляется более адекватным к реальной действительности рыночной среды и удобным с вычислительной точки зрения (Алтунин, Семухин, 2005).

В известной модели Марковица распределения инвестиций (Markowitz,1959) ожидаемый доход инвестора рассматривается как случайная переменная. На основе этой модели решение задачи распределения портфеля инвестиций (portfolio selection) методами стохастического программирования по критерию минимума вариации полного ожидаемого дохода получается при условии предпочтительности максимального среднего полного ожидаемого дохода. Однако, в модели (Markowitz,1959) распределение инвестиций по проектам производится тогда, когда их ожидаемые доходы полностью зависят друг от друга. К тому же, традиционно теория распределения портфеля инвестиций должна принимать во внимание минимизацию риска, что предусматривается в методах возможностного программирования.

Возможностное программирование является аналогом стохастического программирования. Следовательно, его применение к задаче распределения инвестиций дает ожидаемый результат, при этом ожидаемые доходы проектов рассматриваются как возможностные переменные. Применение возможностного программирования имеет два основных преимущества (Inuiguchi, Ramik, 2000): 1) в оценивании доходов легко учесть экспертную информацию; 2) проблема минимизации риска в нем трактуется намного проще, чем в стохастическом программировании. Однако, в большинстве существующих подходов с использованием возможностного программирования рассматриваются независимые возможностные переменные, что затрудняло их применение к решению задачи распределения инвестиций.

В работе (Inuiguchi, Ramik, 2000) предложен метод возможностного программирования с независимыми возможностными переменными, позволяющий использовать его для задачи распределения инвестиций. При этом дается краткий обзор методов нечеткого программирования, применяющихся к решению задачи распределения портфеля инвестиций по проектам, в сравнении с соответствующими методами стохастического программирования.

Метод возможностного программирования для решения задачи распределения портфеля инвестиции (Inuiguchi, Tanino, 2000), основанный на модели минимаксного уровня убытка (minimax regret rate model), которая приводит к распределению инвестиций по проектам в условиях неопределенности их доходности в планируемом периоде в соответствии с минимизацией функции убыточности (regret function) $r(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$. Эта функция характеризует меру убыточности суммарного вложения инвестиций $\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}$ (T – знак транспонирования) при принятии в планируемом периоде решения в виде вектора распределения инвестиций $\boldsymbol{c} = (c_1, \dots, c_n)^T$ по проектам 1, 2, …, n с долевым вектором $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$, $\boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{0}$, $\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{x_i} = \boldsymbol{1}$. Любое концентрированное решение может быть убыточным. Поскольку в модели (Inuiguchi, Tanino, 2000) минимизируется наибольший из убытков, получаемое решение должно быть наиболее предпочтительным. Некоторые варианты этой модели были предложены ранее в (Inuiguchi и др.,1993; Dubois, Prade, 1980). В первом варианте (Inuiguchi и др.,1993) рассмотрена модель обычной минимаксной убыточности (usual minimax regret), в которой наибольшая убыточность от распределения вектора инвестиций $\boldsymbol{c} = (c_1, \dots, c_n)$ в соответствии с долевым вектором $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)$ определяется разностью между оптимальным суммарным уровнем возвращения с вектором распределения c и полученным суммарным уровнем возвращения $\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}$. Во втором варианте используется модель уровня убыточности (regret rate model), эквивалентная модели уровня успеха, предложенная в (Dubois, Prade, 1980). В модели уровня убыточности наибольший убыток при уровне возвращения $\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}$ определяется как отношение разности между оптимальным суммарным уровнем возвращения с вектором инвестиций $\boldsymbol{c}$ и полученным суммарным уровнем возвращения $\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}$ к оптимальному суммарному уровню доходности (income rate).

В работе (Inuiguchi, Tanino, 2000) дается описание общего случая функции убыточности, удовлетворяющей определенным свойствам. Показано, что в упомянутых выше двух вариантах функция избыточности $r(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$ не может определить оптимальный суммарный уровень возвращения инвестиций в силу отрицательности функции $f(r_1)$, входящей в определение функции $r(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$, для всех $r_1 \in [L, R]$. L и R определяются как $L = \min_{i=1,2,\dots n} c_i^L(0)$, $R = \min_{i=1,2,\dots n} c_i^R(0)$; $c_i^L(0)$ и $c_i^R(0)$ – значения при уровне $h = 0$ величин $c_i^L(h) = \inf\{q \,|\, \pi_{c_i}(q) > h\}$, $c_i^R(h) = \sup\{q \,|\, \pi_{c_i}(q) > h\}$, π_{c_i} – возможностное распределение нечеткой величины c_i. Для устранения указанного недостатка в (Inuiguchi, Tanino, 2000) рекомендуется использовать неотрицательную линейную комбинацию вариантов (Inuiguchi и др.,1993) и (Dubois, Prade, 1980), однако не приводится способ оптимального построения такой линейной комбинации.

Отметим, что ранее существовавшие методы возможностного программирования в применении к задаче распределения портфеля инвестиций давали только концентрированное решение, при котором выбирался один и только один проект i_0, т.е. $x_i = 1$ при $i = i_0$ и $x_i = 0$ при $i \neq i_0$; $i, i_0 \in \{1, \dots, n\}$.

Цель работы: Построение неотрицательной линейной комбинации указанных выше двух моделей минимаксной убыточности, приводящей к распределению вектора инвестиций $\boldsymbol{c} = (c_1, \dots, c_n)$ с долевым вектором $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)$, при котором суммарное вложение инвестиций $c^T x$ дает минимальное значение функции убыточности $r(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$. При этом полагается, что $e^T\boldsymbol{x} = 1$, $\boldsymbol{x} \geq 0$, $\boldsymbol{e} = (e_1, \dots, e_n)^T$ и возможностные переменные инвестиций c_i $(i = 1, \dots, n)$ независимы друг от друга и имеют нормальные распределения со средним m_iи дисперсией σ_i^2. Численная реализация полученной линейной комбинации демонстрируется на примере распределения годовых капитальных вложений нефтяной компании по проектам нефти и газа.

1. Постановка задачи планирования вложений инвестиций

Рассмотрим задачу планирования вложения капитала некоторой компанией в проекты $i = 1, 2, \dots, n$ при известной информации о вложениях $c_{ij}^{\text{пл}}$ в предыдущие периоды планирования $j = 1, \dots, m$ и их возвратах $c_{ij}^{\text{ф}}$ с доходностями $\Delta c_{ij} = c_{ij}^{\text{ф}} - c_{ij}^{\text{пл}}$. По статистической информации о доходностях Δc_{ij} в предыдущих периодах планирования и экспертной информации о Δc_i в новом $(m+1)$-м периоде планирования можно построить возможностные переменные $c_1, \dots, c_n$, определяющие дополнительные (по сравнению с последним m-м периодом планирования) вложения $c_1, \dots, c_n$ в $(m+1)$-м периоде планирования с долевым вектором $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)$, $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$, $\boldsymbol{x} \geq 0$.

Тогда задача принятия решения о максимальном возврате вложений можно сформулировать следующим образом:

$$\max \boldsymbol{cx},$$

при ограничении

$$\boldsymbol{e}^T \boldsymbol{x} = 0, \;\; x \geq 0, \quad \boldsymbol{e} = (e_1, \dots, e_n), \tag{1}$$

где $\mathrm{C} = (\boldsymbol{C}_1, \dots, \boldsymbol{C}_n)^T$ – вектор независимых друг от друга возможностных переменных, удовлетворяющий многомерному возможностному распределению

$$\pi_C(\mathrm{c}) = \min_{i=1,2,\dots,n} \pi_{C_i}(c_i), \tag{2}$$

где π – возможностная мера.

Вообще говоря, c_i может коррелировать с $c_j (i \neq j)$, но мы будем предполагать, что c_i не зависит от $c_j (i \neq j)$ при любых (i, j), $i \neq j$, для того чтобы показать существенное различие между стохастическим и нечетким программированием. К тому же, будем предполагать, что нормы инвестиций c_i подчиняются нормальному закону распределения $N(m_i, \sigma_i^2)$, где m_i и σ_i^2 – среднее и дисперсия переменной c_i.

Задаваясь априорным уровнем $h^0 \in (0,1]$, задачу (1) можно формулировать как задачу максимизации такого фрактиля (вспомогательной переменной) z при котором мера необходимости события, состоящего в том, что значение целевой функции в (1) не меньше z, будет больше или равно h^0 (так называемая фрактальная модель (Inuiguchi, Ramik, 2000; Inuiguchi, Tanino, 2000)):

$$\max z,$$

при ограничениях:

$$N_C(\{\boldsymbol{c} | \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} \; \geq \mathrm{z}\}) \geq h^0, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{x} = 1, \quad \boldsymbol{x} \geq 0,$$

где N_c – мера необходимости при возможностном распределении π_c, *определяемая как (*Inuiguchi, Tanino, 2000)*:*

$$N_C(D) = \begin{cases} inf_{c\in D}\left(1 - \pi_C(c)\right), & \text{если } D \text{ не есть универсальное множество,} \\ 1, & \text{если } D \text{ есть универсальное множество.} \end{cases} \tag{4}$$

Мера $N_{\mathrm{C}}(\{\boldsymbol{c}|\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \geq \mathrm{z}\})$ показывает степень необходимости выполнения условия, что целевая функция в (1) не меньше z и представляется в виде:

$$N_{\mathrm{C}}(\{\boldsymbol{c}|\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} \geq \mathbf{z}\}) = \inf_{\boldsymbol{c}|\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{x} < \mathrm{z}} (1 - \pi_C(\boldsymbol{c})) \tag{5}$$

При условии (2) независимости возможностных переменных c_i, задача (3) сводится к следующей задаче линейного программирования (Inuiguchi и др.,1993):

$$\max(\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{L}}(1 - h^0))^T\boldsymbol{x}$$

при ограничении

$$\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x} = 1, \ \boldsymbol{x} \geq 0, \tag{6}$$

где

$$\boldsymbol{c}^L(\cdot) = (c_1^L(\cdot), c_2^L(\cdot), \ldots, c_n^L(\cdot))^T, \tag{7}$$

с функциями $c_i^L(h)$, определенными во введении.

2. Решение задачи на основе модели минимаксного уровня убыточности

Будем предполагать, что инвестор получает информацию о норме возврата c_i i-ой инвестиции лишь после того, как он распределил инвестиции по проектам $i (i = 1,2 \ldots, n)$ в соответствии с допустимым решением x задачи (1). Тогда степень его убыточности, т.е. функция $r(x, c)$ может быть определена количественно выражением

$$r(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c}) = \max_{\boldsymbol{y}|\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{y}=\boldsymbol{1}, \boldsymbol{y}\geq\boldsymbol{0}} F(\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{y}, \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}) \tag{8}$$

где F – функция, действующая из $D_1 \times D_2$ в $\mathbb{R}(D_1, D_2 \leq \mathbb{R}, \mathbb{R}$ – одномерное евклидово пространство, т.е. вещественная ось), и являющаяся непрерывной функцией, такой что $F(\cdot; r)$ строго возрастает, а $F(r; \cdot)$ строго убывает. Из непрерывности функции F следует непрерывность функции $r(x, c)$ по обеим переменным.

В момент принятия решения инвестор не может знать заранее норму возврата инвестиций $\boldsymbol{c}$, но знает возможностное распределение $\pi_C(\boldsymbol{c})$. По принципу обобщения (Dubois, Prade, 1980), возможностное распределение $\pi_{R(x)}$ величины убытка можно определить как (Inuiguchi, Tanino, 2000) :

$$\pi_{R(x)}(r) = \sup_{c|r=r(x;c)} \pi_C(\boldsymbol{c}), \tag{9}$$

что дает возможность рассматривать возможностную задачу распределения инвестиций (1) как задачу минимизации величины $R(x)$ с возможностным распределением $\pi_{R(x)}$:

$$\min R(x),$$

при ограничении

$$\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x} = 1, \ \ \boldsymbol{x} \geq 0. \tag{10}$$

С использованием фрактальной модели (3) задача (10) записывается как

$$\min z,$$

при ограничениях:

$$N_{R(x)}(\{r|\mathrm{r} \geq \mathrm{z}\}) \geq h^0, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x} = \mathbf{1}, \ \ \boldsymbol{x} \geq \mathbf{0}.$$

Задача (11) эквивалентна следующей минимаксной задаче с линейными ограничениями (Inuiguchi, Tanino, 2000):

$$\min z,$$

при ограничениях:

$$\max_{\substack{\boldsymbol{c},\boldsymbol{y} \\ \boldsymbol{c}\in \boldsymbol{cl}(\boldsymbol{c})_{1-h^0} \\ \boldsymbol{e}^T\boldsymbol{y}=1, \ \boldsymbol{y}\geq 0 \\ \boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}=1, \ \boldsymbol{x}\geq 0}} F(\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{y}, \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}) \leq z, \tag{12}$$

здесь F – функция из правой части выражения (8): замыкание (closure) $cl(c)_{1-h^0}$ определяется формулой

$$cl(\mathrm{C})_{1-h^0} = \{\boldsymbol{c} = (c_1, c_1, \dots, c_n)\big| c_i^L(1-h^0) \leq c_i \leq c_i^R(1-h^0), \ i = 1,2,\dots,n\}, \tag{13}$$

где функции $c_i^L(h)$ и $c_i^R(h)$ определены во введении.

Согласно теореме 1 (Inuiguchi, Tanino, 2000), оптимальным решением задачи (1) является концентрированное распределение инвестиций, имеющее максимальное суммарное возвращение, а именно решение $x_{i_0} = 1, \ x_i = 0, i \neq i_0$, где $c_{i_0} \geq c_i, \ i = 1, 2, \dots, n$. С учетом этой теоремы и свойств функции F из выражения (8), справедливо соотношение

$$\max_{\substack{c,y \\ c\in cl(\boldsymbol{C})_{1-h^0} \\ e^T\boldsymbol{y}=1,\boldsymbol{y}\geq 0}} F(c^Ty, c^Tx) = \max_{c\in cl(C)_{1-h^0}} F\left(\max_{e^Ty=1,y\geq 0} c^Ty, c^Tx\right) =$$

$$= \max_{i=1,2,\dots,n} \max_{\boldsymbol{c}\in cl(\boldsymbol{C})_{1-h^0}} F(c_i, c^T\boldsymbol{x}). \tag{14}$$

Следовательно, задача (12) сводится к задаче

$$\min z,$$

при ограничениях:

$$\begin{gathered} \max_{\boldsymbol{c}\in cl(C)_{1-h^0}} F(c_i, c^Tx) \leq z, \ \ i = 1, 2, \dots, n \\ \boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x} = 1, \boldsymbol{x} \geq 0 \end{gathered} \tag{15}$$

Рассмотрим случай, когда функция F представляется в виде

$$F(r_1, r_2) = \varphi(f(r_1)r_2 + g(r_1)), \tag{16}$$

где φ – строго возрастающая функция, действующая из $\mathbb{R}$ в $\mathbb{R}$, а f и g – функции, действующие из D_1 в $\mathbb{R}$ и из D_2 в $\mathbb{R}$ соответственно, удовлетворяющие следующим свойствам:

а) $f(r) < 0,\ \forall r \in [L, R]$,

$$\text{б) } f'(r_1)r_2 + g'(r_1) > 0,\ \forall (r_1, r_2) \in [L, R] \times [L \times R], \tag{17}$$

в) для всех $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ $\inf\limits_{\substack{c,x \\ \boldsymbol{c} \in (C)_0 \\ \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{T}} x = 1, x \geq 0}} (f'(c_i)\boldsymbol{c}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{x} + g'(c_i) + f(c_i)x_i) \geq 0$,

где $(C)_0 = (C)_{1-h^0}|_{h^0=1}$, числа L и R определены во введении.

Когда F представляется в виде (16), задачу (15) можно записать как (Inuiguchi, Tanino, 2000)

$$\min q,$$

при ограничениях:

$$f\left(c_i^R(1 - h^0)\right)\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} c_j^L(1 - h^0)x_j + c_i^R(1 - h^0)x_i\right) \leq q - g\left(c_i^R(1 - h^0)\right), \tag{18}$$
$$i = 1, 2, \dots, n$$
$$\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{x} = 1, \quad \boldsymbol{x} \geq 0.$$

Задача (18) является задачей линейного программирования от $n + 1$ неотрицательных переменных $(q, x_1, \dots, x_n)$ с $n + 1$ ограничениями типа $\leq$. Даже если применить к решению задачи (18) симплекс-метод, получим в результате долевой вектор $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)$ распределения инвестиций.

Функции $f(r)$, $g(r)$ и $\varphi(r)$, входящие в представление (16), для варианта (Inuiguchi и др.,1993) минимаксной модели убыточности имеют вид (Inuiguchi, Tanino, 2000)

$$f(r) = -1, \quad g(r) = r, \quad \varphi(r) = r, \tag{19}$$

а для варианта (Dubois, Prade, 1980):

$$f(r) = -\frac{1}{1+r}, \quad g(r) = \frac{r}{1+r}, \quad \varphi(r) = r. \tag{20}$$

Для линейной комбинации этих двух вариантов с коэффициентами $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \geq 0$ в (Inuiguchi, Tanino,2000) предлагается использовать

$$f(r) = -\frac{\lambda_1(1+r)+\lambda_2}{1+r}, \quad g(r) = \frac{\lambda_1 r^2 + (\lambda_1+\lambda_2)r}{1+r}, \quad \varphi(r) = r, \tag{21}$$

однако, не указан способ выбора коэффициентов λ_1, λ_2 в (19).

Ниже предлагается подход к оптимальному выбору коэффициентов λ_1, λ_2 неотрицательной линейной комбинации вариантов из (Inuiguchi и др., 1993) и (Dubois, Prade, 1980.

Пусть функция $F(r_1, r_2)$ представляется в виде (16), где f, g и φ выражаются формулами (21). Тогда в обозначениях

$$r_i^R = C_i^R(1-h^0),\ \ r_i^L = \boldsymbol{C}_i^L(1-h^0),$$

$$f(r_i^R) = -\frac{\lambda_1(1+r_i^R)+\lambda_2}{1+r_i^R},\quad g(r_i^R) = \frac{\lambda_1(r_i^R)^2+(\lambda_1+\lambda_2)r_i^R}{1+r_i^R}. \tag{22}$$

Задача оптимизации (18) при введении вспомогательных переменных $\xi_1, \dots, \xi_{n_0}$ запишется в виде:

$$\min q,$$

при ограничениях:

$$f(r_i^R)\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} r_i^L x_j + r_i^R x_i\right) + g(r_i^R)\sum_{j=1}^{n} x_j + \xi_i - q,\quad (i = 1, \dots, n) \tag{23}$$

$$\lambda_1 x_i \geq 0,\quad \lambda_2 x_i \geq 0,\quad \xi_i \geq 0 \qquad (i = 1, \dots, n).$$

В обозначениях $N = 3n + 1$

$$X_i = \lambda_1 x_i,\quad X_{n+i} = \lambda_2 x_i,\quad X_{2n+i} = \xi_i,\quad X_N = q \quad (i = 1, \dots, n). \tag{24}$$

задача (23) относительно неотрицательных переменных $X_1, X_2, \dots, X_N$ является задачей линейного программирования вида:

$$\min X_N$$

$$-r_i^L \cdot \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\left(X_j + \frac{1}{1+r_i^R}X_{n_0+j}\right) - r_i^R\left(X_i + \frac{1}{1+r_i^R}X_{n_0+i}\right) +$$

$$+ r_i^R\sum_{j=1}^{n}\left(X_j + \frac{1}{1+r_i^R}X_{n_0+j}\right) + X_{2n_0+i} - X_n = 0,\ \ (i = 1, \dots, n) \tag{25}$$

В результате применения к задаче (25) симплекс метода, получим решение X_j $(j = 1, \dots, N)$. Так как $\lambda_1 = \sum_{i=1}^{n} X_i$ и $\lambda_2 = \sum_{i=1}^{n} X_{n_0+i}$, отсюда находим $x_i = X_i/\lambda_1$ или, что все равно $x_i = X_{n+i}/\lambda_2$ $(i = 1, \dots, n)$.

Таким образом, $\boldsymbol{x} = (x_1, \dots, x_n)$ является долевым вектором дополнительных $c = (c_1, \dots, c_n)$.

Пусть $Q_{ij}^{\text{пл}}$, $Q_{ij}^{\text{ф}}$ – плановые и фактические объемы продукции i-го проекта в j-м планируемом периоде и $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{пл}}$, $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{ф}}$ – соответствующие им денежные средства, выражаемые через цены Ц_{ij} соотношениями

$$\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{пл}} = Q_{ij}^{\text{пл}} \cdot \text{Ц}_{ij},\quad \boldsymbol{S}_{ij}^{\text{ф}} = Q_{ij}^{\text{ф}} \cdot \text{Ц}_{ij}, \tag{26}$$

а через $\boldsymbol{C}_{ij} = \boldsymbol{S}_{ij}^{ф} - \boldsymbol{S}_{ij}^{пл}$ обозначим соответствующие доходы инвестора (при $S_{ij}^{ф} < \boldsymbol{S}_{ij}^{пл}$, $\boldsymbol{C}_{ij}$ характеризует убыток инвестора), являющиеся значениями возможностных переменных $\boldsymbol{C}_i$ из (2).

Введем в рассмотрение величины

$$\tilde{Q}_{i,m} = \begin{cases} Q_{i,m}^{ф}, & \text{если} \quad Q_{i,m}^{ф} \le Q_{i,m}^{пл}, \\ Q_{i,m}^{пл}, & \text{если} \quad Q_{i,m}^{ф} > Q_{i,m}^{пл} \end{cases} \tag{27}$$

$$\tilde{\boldsymbol{S}}_{i,m+1} = \tilde{Q}_{i,m} \cdot Ц_{i,m+1}, \tag{28}$$

где $Ц_{i,m+1}$ – прогнозируемая на $(m+1)$-й период планирования цена продукции i-го проекта.

Полагается, что инвестор может вложить в производство в $(m+1)$-м периоде весь суммарный доход, полученный в предыдущем m-ом периоде по всем рассматриваемым проектам, но рассчитанный по прогнозируемым ценам $Ц_{i,m+1}$, т.е. использовать средства

$$S_{m+1} = \sum_{i=1}^{n} \left(Q_{i,m}^{ф} - \tilde{Q}_{i,m}\right) \cdot Ц_{i,m+1} \tag{29}$$

в виде дополнительных вложений в $(m+1)$-м периоде. Иначе говоря, предполагается возможным реинвестировать суммарный доход, m-го периода в соответствии с долевым вектором $x = (x_1, \dots, x_n)$, полученным из решения задачи (25), вкладывая дополнительно вложения $S_{m+i} \cdot x_i$ в каждый i-проект. Тогда прогнозные значения полных вложений (total investment) в каждый i-й проект в $(m+1)$-м периоде, $S_{i,m+1}^{tot}$ можно представить в виде

$$S_{i,m+1}^{tot} = \tilde{S}_{i,m+1} + S_{m+i} \cdot x_i \tag{30}$$

Будем предполагать, что C_i являются нечеткими нормальными переменными в смысле Nahmias [8], имеющих возможностные распределения с центром c_i^c и размахом w_i:

$$\pi_{C_i}(q) = \exp\left(-\frac{(q - c_i^c)^2}{w_i}\right). \tag{31}$$

Для оценки параметров c_i^c, w_i распределения (31) воспользуемся результатами $\boldsymbol{C}_{ai}$ (Cai, 1993), полученными для нормальных нечетких переменных в смысле Nahmias (Nahmias,1978).

Пусть X – нормальная нечеткая переменная, определяемая пространством образов $(\Gamma, \mathcal{Y}, \sigma)$, где Γ – базовое множество; $\mathcal{Y}$ – класс всех подмножеств множества Γ; σ – масштабная мера, удовлетворяющая свойствам: $(i)\, \sigma(\emptyset) = 1$ и $\sigma(\Gamma) = 1$; (ii) для произвольного объединения (конечного, счетного или несчетного) множеств A_α на $\mathcal{Y}$ $\sigma(\cup_\alpha A_\alpha) = \sup_\alpha \sigma\,(A_\alpha)$. Функция принадлежности нечеткой переменной X (обозначается μ_X) есть отображение из $\mathbb{R}$ (вещественная числовая прямая) в единичный интервал [0, 1], задаваемая формулой (Hong, 2001):

$$\mu_X(x) = \sigma(\gamma: X(\gamma) = x) \text{ для всех } x \epsilon \mathbb{R}.$$

Значение $\mu_X(x)$ в точке x может интерпретироваться как возможность выполнения равенства $X = x$ (Cai и др., 1991), хотя это и не согласуется с определением возможностной меры по Zadeh (Zadeh,1978). Так что, функция возможностного распределения нечеткой переменной X (обозначается π_X или μ_X) есть отображение из $\mathbb{R}$ в [0, 1], определяемое формулой

$$\pi_X(x) = \mu_X(x) = \sigma\ (X = x) \text{ для всех } x \in \mathbb{R}$$

Для нормальной нечеткой переменной, определенной на пространстве образов $(\Gamma, \mathcal{Y}, \sigma)$ имеем:

$$\mu_X(x) = \sigma(X = x) = \exp\left[-\left(\frac{x-a}{b}\right)^2\right].$$

Пусть X_j – j-е наблюдение переменной X в момент времени t_j и $X_1, \dots, X_N$ – независимые переменные, подчиняющиеся нормальному закону $N(a, b)$ и $x_1, \dots, x_N$ их реализации.

Задаваясь возможностью α, можно определить ε_α такое, что

$$\sigma\left(\left|\frac{X_j - a}{b}\right| > \varepsilon_\alpha, i = 1, \dots, n\right) = \min_{1 \le j \le N} \sigma\left(\left|\frac{X_j - a}{b}\right| > \varepsilon_\alpha\right) = \alpha. \qquad (32)$$

Тогда с риском α справедливы следующие оценки параметров a и b (Hong, 2001):

$$\hat{a} = \frac{1}{2}\left(\max_{1 \le j \le N} x_j + \min_{1 \le j \le N} x_j\right), \qquad (33)$$

$$\hat{b} = \left(\max_{1 \le j \le N} x_j - \min_{1 \le j \le N} x_j\right) / 2\ \varepsilon_\alpha, \qquad (34)$$

В расчетах будет использоваться $\alpha = c^{-4}$ и, следовательно, $\varepsilon_\alpha = 2$.

Пример. Рассмотрим распределение инвестиций нефтяной компании SOCAR (State Oil Company Azerbaijan Republic) по проектам: *i*=1 – AZNEFT (нефть); *i*=2 – СП/LTDD (нефть); *i*=3 – AZNEFT (газ); *i*=4 – СП/LTDD (газ).

Пусть $Q_{ij}^{\text{пл}}$ и $Q_{ij}^{\text{ф}}$ – плановые и фактические объемы продукции в i-м проекте и j-м году ($j = 1, 2, \dots, m$; $m = 2$; $j = 1$ – 2017 г., $j = 2$ – 2018 г., $j = 3$ – 2019 г., $j = 4$ – 2020 г.), причем объемы нефти задаются в 1000 тонн, а газа в 1000 м^3 (см. табл.1). В табл.2 заданы цены на нефть и газ: на нефть – в \$/баррель, на газ – в \$/1000 м^3 (1 тонна нефти ≈ 6,6 баррель).

Таблица 1

Плановые и фактические продукции

	Нефть (в тыс. тонн)

	2017	2018	2019	2020
AZNEFT	$\frac{6327,6}{6169,6}$	$\frac{6200}{6255,9}$	$\frac{6346,3}{6309,8}$	$\frac{5965,8}{6109,9}$
СП/LTDD	$\frac{1311,5}{1210,9}$	$\frac{1352,1}{1286,4}$	$\frac{1336,8}{1297,3}$	$\frac{1240}{1297,3}$
Газ (в млн. м^3)				
AZNEFT	$\frac{6169,6}{5905,4}$	$\frac{5520}{5662,9}$	$\frac{5619,3}{5912,7}$	$\frac{5913,1}{5922,2}$
СП/LTDD	$\frac{1210,9}{1159,3}$	$\frac{900}{862}$	$\frac{1199,3}{1491,3}$	$\frac{1333,9}{1421,3}$
$Q_{ij}^{\text{пл}}$ – в числителе; $Q_{ij}^{\text{ф}}$ – в знаменателе				

Источник: составлено авторами.

Таблица 2

Цены на нефть и газ

Годы	Нефть, $/баррель	Газ, $/1000 м^3
2017	52,1	180
2018	73,3	185,2
2019	60,8	285,5
2020	43,7	443,3
2021	71,6	846,3
1$=1,7 манат		

Источник: составлено авторами.

Пусть $d_j^{(\text{н})}$ – цена нефти в $/баррель в году j и $d_j^{(\text{г})}$ – цена 1000 м^3 газа в году j в $. С учетом ставки 1$=1,7 манат цена в манатах 1000 тонн нефти в j-ом году, $\text{Ц}_j^{(\text{н})}$, запишется в виде $\text{Ц}_j^{(\text{н})} = 1{,}7 \cdot 6{,}6 \cdot 10^3 d_j^{(\text{н})}$, а для 1000 м^3 газа $\text{Ц}_j^{(\text{г})}$ – в виде $\text{Ц}_j^{(\text{г})} = 1{,}7 \cdot d_j^{(\text{н})}$. Тогда вложенные средства (в манатах) в j-м году в проекты i=1,2 запишутся как $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{пл}} = Q_{ij}^{\text{пл}} \cdot \text{Ц}_j^{(\text{н})}$, а для проектов i=3,4 – $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{пл}} = Q_{ij}^{\text{пл}} \cdot \text{Ц}_j^{(\text{г})}$.

Соответственно, возвращенные средства (в манатах) в j-ом году в проекты i=1,2 запишутся как $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{ф}} = Q_{ij}^{\text{ф}} \cdot \text{Ц}_j^{(\text{н})}$, а для проектов i=3,4 – $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{ф}} = Q_{ij}^{\text{ф}} \cdot \text{Ц}_j^{(\text{г})}$. Обозначим через $c_{ij} = S_{ij}^{\text{ф}} - S_{ij}^{\text{пл}}$ – доход (в манатах) инвестора по проекту i в году j (при $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{ф}} < \boldsymbol{S}_{ij}^{\text{пл}}$, c_{ij} означает убыток инвестора). С учетом данных табл. 1 и 2, получим:

$c_{11} = 3.606513{,}6 \cdot 10^3$, $c_{12} = 5.145014{,}8 \cdot 10^3$, $c_{13} = 4.304394{,}0 \cdot 10^3$,

$c_{14} = 2.995769{,}4 \cdot 10^3$, $c_{21} = 707846{,}11 \cdot 10^3$, $c_{22} = 1.057968{,}8 \cdot 10^3$,
$c_{23} = 884986{,}9 \cdot 10^3$, $c_{24} = 636084{,}34 \cdot 10^3$, $c_{31} = 1.807052{,}4 \cdot 10^3$,
$c_{32} = 1.782624{,}0 \cdot 10^3$, $c_{33} = 2.869728{,}8 \cdot 10^3$, $c_{34} = 4.463029{,}0 \cdot 10^3$,
$c_{41} = 354745{,}8 \cdot 10^3$, $c_{42} = 271392{,}08 \cdot 10^3$, $c_{43} = 578051{,}85 \cdot 10^3$,
$c_{44} = 1.071105{,}8 \cdot 10^3$.

Откуда находим

$c_{1,\min} = 2.995769{,}4 \cdot 10^3$, $c_{1,\max} = 5.145014{,}8 \cdot 10^3$, $c_1^c = 4.218276{,}6 \cdot 10^3$,
$c_{2,\min} = 636084 \cdot 10^3$, $c_{2,\max} = 1.057968{,}8 \cdot 10^3$, $c_2^c = 847026{,}4 \cdot 10^3$,
$c_{3,\min} = 1.782624 \cdot 10^3$, $c_{3,\max} = 4.463029 \cdot 10^3$, $c_3^c = 3.122826{,}5 \cdot 10^3$,
$c_{4,\min} = 271392{,}08 \cdot 10^3$, $c_{4,\max} = 1.071105{,}8 \cdot 10^3$, $c_4^c = 671248{,}9 \cdot 10^3$,
$w_1 = 537311{,}35 \cdot 10^3$, $w_2 = 105471{,}07 \cdot 10^3$, $w_3 = 670101{,}25 \cdot 10^3$,
$w_4 = 199928{,}45 \cdot 10^3$.

При $h^0 = 0{,}9$ величины r_i^L и r_i^R рассчитываются по формулам

$$r_i^L = c_i^c - (w_i \ln 10)^{1/2}, \quad r_i^R = c_i^c + (w_i \ln 10)^{1/2}, \quad \ln 10 \approx 2{,}30259.$$

Откуда находим

$$r_1^L = 4.217924{,}9 \cdot 10^3, \; r_1^R = 4.253403{,}6 \cdot 10^3,$$
$r_2^L = 847010{,}82 \cdot 10^3$, $r_2^R = 847038{,}98 \cdot 10^3$,
$r_3^L = 312274{,}08 \cdot 10^3$, $r_3^R = 3.122838{,}9 \cdot 10^3$,
$r_4^L = 671227{,}45 \cdot 10^3$, $r_4^R = 671270{,}35 \cdot 10^3$.

Из решения системы (25) при найденных значениях r_i^L и r_i^R (i = 1, 2, 3, 4) получим
$x_1 = 0{,}2703$, $x_2 = 0{,}2525$, $x_3 = 0{,}2301$, $x_4 = 0{,}2471$.

Из таблицы 2 для $m + 1 = 2021$ находим $d_{m+1}^{(\text{н})} = 71{,}6$ и $d_{m+1}^{(\text{г})} = 846{,}3$.

Тогда $Ц_{1,m+1}^{(\text{н})} = Ц_{2,m+1}^{(\text{н})} = 803{,}352$ (манат), $Ц_{3,m+1}^{(\text{г})} = Ц_{4,m+1}^{(\text{г})} = 1438{,}71$ (манат).

В соответствии с формулой (27) имеем

$\tilde{\boldsymbol{S}}_{1,m+1} = 5965{,}8 \cdot 803{,}352 = 4.792637{,}3$;
$\tilde{\boldsymbol{S}}_{2,m+1} = 1240 \cdot 803{,}352 = 996156{,}48$;
$\tilde{\boldsymbol{S}}_{3,m+1} = 5913{,}1 \cdot 1438{,}71 = 8.507236{,}1$;
$\tilde{\boldsymbol{S}}_{4,m+1} = 1333 \cdot 1438{,}71 = 1.917800{,}4$.

В соответствии с (29) имеем

$$\boldsymbol{S}_{m+1} = \sum_{i=1}^{2} \left(Q_{i,m}^{\text{ф}} - \tilde{Q}_{i,m}\right) \cdot Ц_{i,m+1}^{(\text{н})} + \sum_{i=3}^{4} \left(Q_{i,m}^{\text{ф}} - \tilde{Q}_{i,m}\right) \cdot Ц_{i,m+1}^{(\text{г})} \tag{35}$$

Откуда находим $\boldsymbol{S}_{m+1} = 300574{,}59$. Дополнительные вложения в i-проект в (m+1)-м периоде $\boldsymbol{S}_{i,m+1}^{\text{доп}}$, вычисляются по соотношению:

$\boldsymbol{S}_{i,m+1}^{\text{доп}} = S_{m+1} \cdot x_i \ (i = 1, 2, 3, 4)$

$\boldsymbol{S}_{1,m+1}^{\text{доп}} = 81245{,}311, \ \ S_{2,m+1}^{\text{доп}} = 75895{,}083, \ \ S_{3,m+1}^{\text{доп}} = 69162{,}213,$

$\boldsymbol{S}_{4,m+1}^{\text{доп}} = 7243{,}879.$

Согласно (30), прогнозные значения полных вложений в $(m + 1)$-м периоде равны (в манатах)

$\boldsymbol{S}_{1,m+1}^{tot} = 4.873882{,}6, \ S_{2,m+1}^{tot} = 1.072051{,}5, \ S_{3,m+1}^{tot} = 8.576398{,}3,$

$\boldsymbol{S}_{4,m+1}^{tot} = 1.918524{,}2.$

Таким образом, предлагается использовать алгоритм распределения инвестиции компании по проектам $i = 1, \dots, n$ в новом периоде планирования m+1, состоящим из следующих шагов:

Алгоритм (планирования распределения инвестиций).

1. На основе базы данных о плановых и фактических объемах продукции $Q_{i,j}^{\text{пл}}$ и $Q_{i,j}^{\text{ф}}$ $(i = 1, \dots, n;\ j = 1, \dots, m)$ и ценах на единицу продукции Ц_{ij} $(i = 1, \dots, n;\ j = 1, \dots, m + 1$ вычислить вложенные и возвращенные средства $\boldsymbol{S}_{ij}^{\text{пл}} = Q_{i,j}^{\text{пл}} \cdot \text{Ц}_{ij}, \ \boldsymbol{S}_{ij}^{\text{ф}} = Q_{i,j}^{\text{ф}} \cdot \text{Ц}_{ij}$ $(i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m + 1)$ и доходы инвестора $c_{ij} = \boldsymbol{S}_{ij}^{\text{ф}} - \boldsymbol{S}_{ij}^{\text{пл}}$.

2. По формулам

$$c_i^c = \frac{1}{2}\left(\max_{1 \le j \le m} c_{ij} + \min_{1 \le j \le m} c_{ij}\right), \quad w_i = \frac{1}{4}\left(\max_{1 \le j \le m} c_{ij} - \min_{1 \le j \le m} c_{ij}\right); \ (i = 1, \dots n)$$

вычислить средние c_i^c и средние квадратические отклонения w_i нормальных распределений возможностных распределений $c_i (i = 1, \dots, n)$.

3. При $h^0 = 0{,}9$ вычислить величины

$r_i^L = c_i^c - (w_i \ln 10)^{1/2}, \ \ r_i^R = c_i^c + (w_i \ln 10)^{1/2}$, полагая $\ln 10 \approx 2{,}30259$.

4. Применить программу симплекс-метода в MATLAB к задаче (25) для определения независимых переменных $X_1, \dots, X_N$ $(N = 3n + 1)$.

5. По формулам $\lambda_1 = \sum_{i=1}^{n} X_i, \ \ \lambda_2 = \sum_{i=1}^{n} X_{n+i}, \ \ x_i = X_i / \lambda_i$ $(i = 1, \dots, n)$ определить вектор долевого распределения инвестиций $x = (x_1, \dots, x_n)$.

6. Вычислить

$$\tilde{Q}_{i,m} = \begin{cases} Q_{i,m}^{\text{ф}}, & \text{если} \ \ Q_{i,m}^{\text{ф}} \le Q_{i,m}^{\text{пл}}, \\ Q_{i,m}^{\text{пл}}, & \text{если} \ \ Q_{i,m}^{\text{ф}} > Q_{i,m}^{\text{пл}}, \end{cases}$$

$$\tilde{\boldsymbol{S}}_{i,m+1} = \tilde{Q}_{i,m} \cdot \text{Ц}_{i,m+1}, (i = 1, \dots, n)$$

где $\text{Ц}_{i,m+1}$ – прогнозируемая на $(m + 1)$-й период планирования цена продукции i-го проекта.

7. Вычислить

$$\boldsymbol{S}_{m+1} = \sum_{i=1}^{n} \left(Q_{i,m}^{\text{ф}} - \tilde{Q}_{i,m}\right) \cdot \text{Ц}_{i,m+1}, \quad \boldsymbol{S}_{i,m+1}^{tot} = \tilde{\boldsymbol{S}}_{i,m+1} + \boldsymbol{S}_{m+i} \cdot x_i, (i = 1, \dots, n)$$

8. Печать полных вложений инвестора в i-е проекты в новом планируемом $(m+1)$-м периоде $\boldsymbol{S}_{i,m+1}^{tot}$ $(i = 1, \dots, n)$.

Заключение

1. Метод моделирования минимаксного уровня убыточности (Inuiguchi, Tanino, 2000) является одним из новых методов возможностного программирования для решения задачи о распределении инвестиций в условиях риска, связанного с неопределенностью и недостаточной информацией о доходах вложенных инвестиций в проекты. Показано, что при независимости возможностных переменных, описывающих доходности, задача о портфеле инвестиций сводится к задаче линейного программирования, решаемой известным симплекс-методом.

2. Поскольку в указанной работе, с помощью определения функции убыточности $r(x, c)$ при заданном долевом векторе $x = (x_1, \dots, x_n)$, $x \geq 0$, $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ распределения вектора инвестиций $c = (c_1, \dots, c_n)$ по проектам $i = 1, \dots n$, минимизируется наибольший из убытков, получаемое решение должно быть наиболее предпочтительным, в отличие от концентрированного решения $x_{i_0} = 1$, $x_i = 0$, $i \neq i_0$, которое заведомо может быть убыточным.

3. Некоторые варианты модели (Inuiguchi, Tanino, 2000) были предложены ранее (Inuiguchi и др., 1993; Dubois, Prade, 1980. В первом варианте (Inuiguchi и др., 1993) рассмотрена модель обычной минимаксной убыточности (usual minimax regret), в которой наибольшая убыточность от распределения вектора инвестиций c в соответствии с долевым вектором x определяется разностью между оптимальным суммарным (по проектам) уровнем возвращения инвестиций c и полученным суммарным уровнем возвращения $c^T x$ с долевым вектором x. Во втором варианте используется модель уровня убыточности (regret rate model), эквивалентная модели уровня успеха (achievement rate model) (Dubois, Prade, 1980). В модели уровня избыточности наибольший убыток при уровне возвращения инвестиций $c^T x$ определяется как отношение разности между оптимальным суммарным возвращением с вектором инвестиций c и полученным суммарным уровнем возвращения $c^T x$ к оптимальному уровню доходности (income rate). В обоих вариантах используемая функция убыточности не в состоянии определить оптимальный суммарный уровень возвращения инвестиции. Это предопределено

отрицательностью одной из основных функций, $f(r_1)$, входящих в определение функции убыточности $r(x,c)$.

4. Для устранения указанного недостатка необходимо (Inuiguchi, Tanino, 2000) использовать линейную комбинацию вышеуказанных двух вариантов моделей убыточности с неотрицательными коэффициентами λ_1 и λ_2. Однако, способ оптимального выбора такой неотрицательной линейной комбинации в (Inuiguchi, Tanino, 2000) не приводится.

5. В настоящей работе предложен способ выбора указанной неотрицательной линейной комбинации, в результате чего задача распределения инвестиций сводится к задаче линейного программирования, к которой непосредственно применим симплекс-метод. На основе решения этой задачи разработан алгоритм планирования инвестиций по проектам при известной предыстории процесса относительно вложений инвестиций и их возвращений.

Задача решается в условиях неопределенности доходов по проектам в новом планируемом периоде, что обусловлено рыночной конъюнктурой цен на продукцию проектов и возможными изменениями в технологических процессах производства.

Библиографический список

1. Алтунин А.Е., Семухин М.В. (2005). Расчеты в условиях риска и неопределенности в нефтегазовых технологиях // Тюменский государственный университет; 220. [Altunin A.E., Semuhin M.V. (2005). Calculations under risk and uncertainty in oil and gas technologies. Tyumen State University; 220 (in Russian)].
2. Недосекин А.О. (2000). Применение теории нечетких множеств к задачам управления финансами // Журнал «Аудит и финансовый анализ» **2**: 61-69. [Nedosekin A.O. (2000). Application of fuzzy set theory to financial management problems. Journal "Audit and financial analysis" **2**: 61-69 (in Russian)].
3. Cai K.Y. (1993). Parameter estimations of normal fuzzy variables. Fuzzy Sets and Systems **55**: 179-185.
4. Cai K.Y., Wen C.Y. Zhang M.L. (1991). Fuzzy variables as a basis for a theory of fuzzy reliability in the possibility context. Fuzzy Sets and Systems **42:** 145-172.
5. Dubois D., Prade H. (1980). Fuzzy Sets and Systems. Theory and Applications, Academic Press, New York.
6. Hong D.H. (2001). Parameter estimations of mutually T-related fuzzy variables. Fuzzy Sets and Systems **123**: 63-71.
7. Inuiguchi M., Ichihashi H., Kume Y. (1993). Modality constrained programming problems. A unified approach to fuzzy mathematical programming problems in the setting of possibility theory .Inform. Sei**. 67**: 93-126.
8. Inuiguchi M., Ramik Ja. (2000). Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem. Fuzzy Sets and Systems **111:** 3-28.
9. Inuiguchi M., Tanino T. (2000). Portfolio selection under independent possibilistic information. Fuzzy Sets and Systems **115:** 83-92.

10. Markowitz H. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. Wiley, New York.

11. Nahmias S. (1978). Fuzzy variables. Fuzzy Sets and Systems **1**: 97-110.

12. Zadeh L.A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems **1**: 3-28.